

Examen universitaire de l'ACP (2011)

préparé par le
département de physique et d'astronomie, Université de Calgary

Mardi, 8 février 2011

Durée : 3 heures

Instructions :

1. Les calculatrices sont permises.
2. L'examen comporte 10 questions, sur 12 pages. La page 12 comporte une liste de constantes physiques.
3. Chaque question sera corrigée par une personne différente. Par conséquent **la solution à chaque question doit être écrite sur une ou plusieurs page différentes**. Si plus d'une page est nécessaire par solution, alors ces pages doivent être agrafées, mais séparément des solutions aux autres questions.
4. Le numéro de la question, le nom du candidat, de son université et département doivent être clairement indiqués sur la première page de chaque solution.
5. Toutes les questions ont la même valeur. On ne s'attend pas à ce que vous puissiez compléter ou même essayer toutes les questions. Choisissez plutôt celles qui vous intéressent le plus ou avec lesquelles vous êtes le plus familier.
6. Les solutions doivent être envoyées par le directeur de chaque département à :

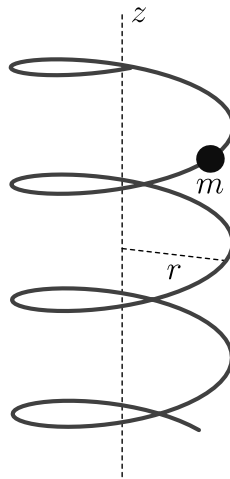
Dr. William J.F. Wilson
Department of Physics and Astronomy
University of Calgary
2500 University Drive NW
Calgary, AB T2N 1N4

Traduction française :
David Sénéchal
Département de physique
Université de Sherbrooke.

Problème 1 : Mécanique

Répondez aux deux questions ci-dessous.

a) Sous l'influence de la gravité, une bille de masse m glisse le long d'un fil en forme d'hélice de rayon r à une vitesse constante v . Le fil a une section circulaire, et l'axe de l'hélice est vertical. Le fil coupe chaque plan horizontal à un angle θ . Négligez la résistance de l'air. Quel est le coefficient de frottement cinétique μ_k entre la bille et le fil? Exprimez votre réponse en fonction des symboles donnés dans l'énoncé et de toute constante physique nécessaire.



b) Un ruban en forme de boucle de circonférence c , de largeur w et de masse m est mis en rotation à une vitesse angulaire ω autour de son axe de symétrie. Quelle est la tension dans le ruban?

Problème 2 : Mécanique

Toute personne ayant mélangé du sucre ou du lait dans une tasse de thé ou de café aura remarqué que la surface du liquide en rotation forme une dépression en son centre.

- a)** Expliquez pourquoi la surface du liquide en rotation adopte cette forme.
- b)** Supposons qu'un contenant rempli d'un liquide au repos soit placé au centre d'une table tournante initialement au repos, mais dont la vitesse de rotation est augmentée progressivement. La surface du liquide adoptera-t-elle la même forme qu'en (a) après un certain temps? Serait-ce le cas s'il n'y avait absolument aucun frottement à l'interface entre le contenant et le liquide?
- c)** Installons une caméra vidéo directement au dessus de la table tournante, en ligne avec l'axe de rotation, de sorte que la surface du liquide apparaisse sur l'écran. La caméra tourne sur elle-même à la même vitesse que la table, de sorte que, sur l'écran, le contenant semble toujours être au repos. Considérons le même scénario d'accélération qu'en (b). Qu'est-ce qui a changé, ou n'a pas changé? Le référentiel en rotation et celui du laboratoire sont-ils complètement équivalents? Pourquoi?
- d)** Supposons que le café soit tellement fort qu'il devienne visqueux comme du sirop de maïs. Ajoutons quelques gouttes de lait et effectuons ensuite quelques révolutions de la table; le lait se mélangera-t-il au café? Si on applique ensuite le même nombre de révolutions dans le sens contraire, le lait se "démélangera-il" pour reformer les gouttes initiales? Si on remplace le lait par du miel ayant la même viscosité que le café, la réponse change-t-elle? Pourquoi?
- e)** Vous ajoutez toujours 2 cuillerées de lait dans chaque tasse de café. Après avoir versé le liquide bouillant dans votre tasse, vous attendez toujours exactement trois minutes avant de le boire. Si vous désirez que votre café soit le plus chaud possible après ces trois minutes, est-il préférable d'y ajouter le lait immédiatement après avoir versé le café, ou juste avant d'y goûter, ou à un autre moment entre les deux? Expliquez.

Problème 3 : Ondes et oscillations

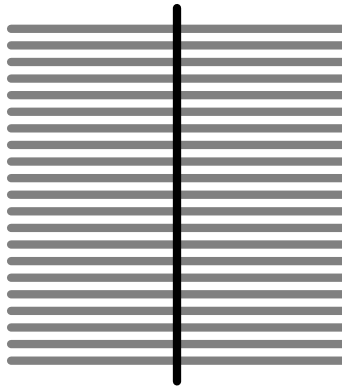
Sur une contrebasse, la corde de La a 2,00 mètres de long et une masse de 0,0100 kg. Elle vibre dans son mode fondamental sous une tension de 3943 N. Quand le premier violon joue la corde de La de son violon (accordée à 440 Hz), le contrebassiste entend des battements entre le son du violon et l'un des harmonique de sa corde de La. Il désire maintenant produire la même fréquence que le violon en changeant la tension de la corde et en plaçant son doigt sur la touche afin de réduire la longueur effective de la corde.

- a)** Quelles sont la fréquence fondamentale et les deux premières harmoniques de la corde de La de la contrebasse, avant l'ajustement ?

- b)** Expliquez ce que le contrebassiste doit faire pour obtenir une fréquence de 440 Hz sur la corde de La de la contrebasse.

Problème 4 : Ondes et oscillations

Un démonstrateur d'ondes consiste en une série de tiges horizontales parallèles et régulièrement espacées, reliées par un ressort à torsion de constante κ qui coupe le centre de la série (voir figure). La distance entre une tige et sa voisine est Δx et chaque tige est de longueur l et de masse m . La première tige est inclinée d'un petit angle ξ_o , ce qui crée une onde de torsion qui se propage sans perte le long du dispositif.



Vue du dessus

- a) Démontrez l'équation d'onde pour ce système.
- b) Quelle est la vitesse de l'onde, c_w ?
- c) Si le déplacement de l'onde est décrit par $\xi = \xi_o \sin(kx - \omega t)$, quelle puissance est transmise par cette onde en fonction de m , l , ω , c_w , Δx et ξ_o ?

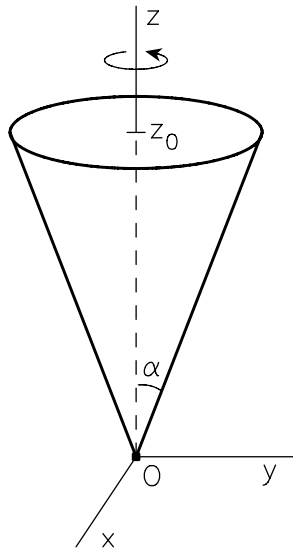
Problème 5 : Thermodynamique et physique statistique

Si le quartz liquide est refroidi lentement, il cristallise à une température T_m et dégage une chaleur latente. S'il est refroidi suffisamment rapidement, le liquide est sur-refroidi et devient un verre.

- a)** Les phases liquide et solide du quartz sont pratiquement incompressibles, donc aucun travail mécanique n'est fourni lors de la transition et le changement d'énergie interne respecte la condition $dE = TdS + \mu dN$. Utilisez le caractère extensif de certaines quantités pour obtenir une expression de μ en fonction de E , T , S et N .
- b)** La chaleur spécifique du quartz cristallin est approximativement $C_x = \alpha T^3$, alors que celle du quartz vitreux est à peu près $C_G = \beta T$, où α et β sont des constantes. En supposant que la troisième loi de la thermodynamique s'applique à la fois aux phases cristalline et vitreuse, calculez l'entropie des deux phases en fonction de la température pour $T \leq T_m$.
- c)** À température nulle la structure locale des liaisons chimiques est la même dans le quartz solide et vitreux, et donc ils ont approximativement la même énergie interne E_0 . Calculez l'énergie interne des deux phases pour $T \leq T_m$.
- d)** Utilisez la condition d'équilibre thermique entre les deux phases pour calculer la température de fusion à l'équilibre (T_m) en fonction de α et β .
- e)** Calculez la chaleur latente L , en fonction de α et β .
- f)** Le résultat de la partie précédente peut-il être correct? Sinon, laquelle des étapes qui y mènent est la plus susceptible d'être incorrecte?

Problème 6 : Électromagnétisme

La figure ci-dessous illustre un cône isolant portant une charge de surface de densité uniforme $\sigma = 10,6 \text{ C/m}^2$. L'axe des z coïncide avec l'axe de symétrie du cône et l'origine est placée à son sommet. Le demi-angle d'ouverture du cône est $\alpha = 30^\circ$, et la hauteur du cône le long de l'axe z est $z_0 = 20 \text{ cm}$. Le cône est en rotation autour de l'axe des z à une fréquence angulaire $\omega = 60,0 \text{ Hz}$ dans le sens indiqué.



a) Montrez qu'à une hauteur z ($0 \leq z \leq z_0$), une tranche infinitésimale de la surface du cône entre z et $z + dz$ peut être considérée comme une boucle de courant circulaire de rayon $r = z \tan \alpha$ portant un courant de grandeur

$$i = \frac{\omega r \sigma dz}{\cos \alpha}$$

b) Calculez la grandeur et la direction du champ magnétique à l'origine O. Indice : utilisez la relation $(\tan^2 \alpha + 1) = 1/\cos^2 \alpha$.

c) Au temps $t = 0$ un champ magnétique uniforme croissant $\mathbf{B} = 3,00 \times 10^{-4} t \hat{\mathbf{z}}$ (en teslas) est appliqué. Calculez le taux de changement de l'énergie de rotation du cône. Expliquez aussi si ω augmente ou diminue. Indice : vous n'avez pas besoin de connaître l'expression précise de l'énergie de rotation du cône.

Problème 7 : Applications

Un proton se déplace dans une région où est appliqué un champ magnétique uniforme dépendant du temps :

$$\mathbf{B} = B_0(1 + \alpha t) \hat{\mathbf{z}}$$

où B_0 et α sont des constantes. La vitesse du proton n'a pas de composante en z : le mouvement est perpendiculaire au champ. Le mouvement est non relativiste, et α est suffisamment petit pour supposer que le mouvement du proton est approximativement circulaire pendant chaque cycle. Soit B l'intensité du champ magnétique et K l'énergie cinétique du proton à un moment donné.

- a) Quelle est la variation ΔK de l'énergie cinétique du proton au cours d'un cycle de son mouvement ?
- b) Montrez que cette variation est reliée comme suit à la variation ΔB du champ magnétique pendant la même période : $B\Delta K = K\Delta B$.
- c) Montrez que K/B est constant sous ces conditions (ce rapport est appelé *premier invariant adiabatique* en physique des plasmas).

Problème 8 : Optique

Considérez un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$, avec un spectre en puissance gaussien, caractérisé par une demi-largeur (à $1/\sqrt{e}$ du maximum) $\sigma_\nu = 1 \text{ GHz}$. Supposez que le spectre de phase est nul à toutes les fréquences.

- a)** Obtenez une expression de l'intensité lumineuse à la sortie d'un interféromètre de Michelson en fonction de $\delta = 2\Delta x$, où Δx est la différence de distance entre les deux miroirs et le miroir semi-réfléchissant. Faites un graphique sommaire de cette expression.
- b)** Quelle devrait être la différence de chemin δ pour que la *visibilité* (ou le *contraste*) soit la moitié de sa valeur maximale?

Problème 9 : Mécanique quantique : le chat de Schrödinger

a) Pourquoi n'utilise-t-on pas la physique quantique pour décrire notre vie quotidienne ? Par exemple, considérons un chat en mouvement. Donnez une estimation de la précision avec laquelle nous connaissons sa position et sa quantité de mouvement, en pratique. Comparez le produit de ces incertitudes au minimum prescrit par les relations de Heisenberg.

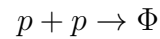
b) Considérez maintenant un noyau instable qui peut émettre une particule alpha d'énergie cinétique $K = 1$ MeV dans une direction aléatoire. Estimez l'incertitude de sa quantité de mouvement qui découle de notre ignorance de la direction d'émission.

c) Si la particule alpha est émise dans une certaine direction, elle déclenchera un mécanisme qui tuera le chat, alors que ce mécanisme ne sera pas déclenché si la particule est émise dans une autre direction. Nous ne savons donc pas si le chat est encore en mouvement ou non. Expliquez comment la petite incertitude initiale sur la quantité de mouvement de la particule entraîne une grande incertitude sur la quantité de mouvement du chat.

d) Pouvez-vous donner d'autres exemples où une petite incertitude quantique peut être ainsi amplifiée au niveau macroscopique ?

Problème 10 : Applications

Deux particules identiques $p_1 = p_2 = p$ entrent en collision frontale et produisent une nouvelle particule Φ par la réaction



On sait que la masse au repos de la particule Φ est huit fois plus grande que celle de la particule p .

- a) Quelle est la valeur minimale de l'énergie cinétique relativiste de chaque particule p nécessaire à la production de la particule Φ si les deux particules initiales se déplacent à la même vitesse mais en directions opposées ?
- b) Si l'une des particules p est au repos (la cible), quelle est l'énergie cinétique minimale de l'autre particule (le projectile) afin de produire la particule Φ ?
- c) Quelle est la vitesse finale de la particule Φ dans chacun des cas ?

Constantes physiques utilisées dans cet examen :

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\hbar = 1,05 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb A}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$1u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$